

# Transformationen

- von ganzrationalen Funktionen



## AUFGABEN

### Aufgabe 1:

Leicht

Gegeben ist die Gleichung  $f$ . Beschreibe, wie man die Gleichung der Funktion  $g$  aus dem Graphen der Funktion  $f$  erhält.

a)  $f(x) = x^3 + 6$ ;  $g(x) = x^3 + 4$

Der Graph der Funktion  $g$  entsteht durch Verschieben um  $-2$  in  $Y$ -Richtung.

b)  $f(x) = 6x^4$ ;  $g(x) = 6(x - 4)^4$

Der Graph der Funktion  $g$  entsteht durch Verschieben um  $4$  in  $X$ -Richtung.  
(man sagt nur „4“, da es somit deutlich wird, dass es eine Verschiebung nach rechts gemeint wird)

c)  $f(x) = x^4$ ;  $g(x) = -x^4 + 3$

Der Graph der Funktion  $g$  entsteht durch Spiegelung des Graphen von  $f$  an der  $X$ -Achse und Verschieben um  $3$  in  $Y$ -Richtung.

d)  $f(x) = x^2$ ;  $g(x) = -(x - 2)^2 + 1,5$

Der Graph der Funktion  $g$  entsteht durch Spiegelung des Graphen von  $f$  an der  $X$ -Achse, Verschieben um  $2$  in  $X$ -Richtung und Verschieben um  $1,5$  in  $Y$ -Richtung.

### Aufgabe 2:

Leicht

Der Graph der Funktion  $g$  entsteht durch den Graphen der Funktion  $f$ , indem der Graph von  $f$  um  $c$  Einheiten in  $X$ -Richtung und um  $d$  Einheiten in  $Y$ -Richtung verschoben wird. Gebe eine Funktionsgleichung von  $g$  an.

a)  $f(x) = -2x + b$ ;  $c = -3$ ;  $d = 2$

$$g(x) = f(x-3) + 2 = -2(x+3) + 8$$

b)  $f(x) = x^2 - 10$ ;  $c = 3$ ;  $d = 5$

$$g(x) = f(x+3) - 5 = (x-3)^2 - 15$$

c)  $f(x) = (x-4)^3$ ;  $c = 7$ ;  $d = -2$

$$g(x) = f(x+7) - 2 = (x+3)^3 - 2$$

d)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;  $c = 0,5$ ;  $d = -2$

$$g(x) = f(x+0,5) - 2 = \frac{1}{(x-0,5)^2} - 2$$

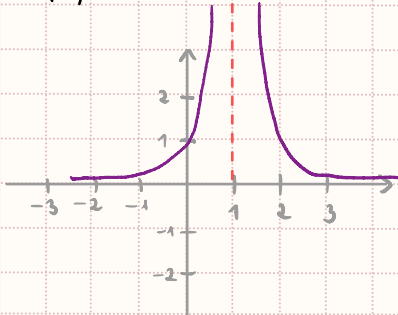
→ Hyperbel

**Aufgabe 3:**

Leicht

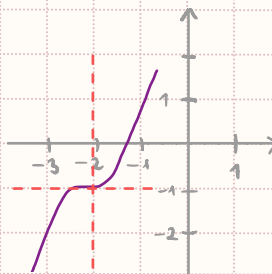
Ordne jedem Graphen eine passende Funktion zu.

(1)



$$f(x) = (x+2)^3$$

(2)



$$g(x) = \frac{1}{(x-2)^3 - 1}$$

(3)



$$h(x) = (x-1)^{-2}$$

Graph (1):  $h(x) = (x-1)^{-2}$ 

Begründung: Man erkennt im Graphen, ...

- ... dass es sich um eine achsensymmetrische Funktion handelt (gerader Exponent).  $(x-1)^{-2}$
  - ... dass es sich um eine Hyperbel handelt (negativer Exponent)  $(x-1)^{-2}$
  - ... dass es eine Verschiebung um 1 X-Richtung gibt.  $(x-1)^{-2}$
- ↳ Durch die Verschiebung auf der X-Achse ist der Graph nicht mehr achsensymmetrisch. 💡

Graph (2):  $f(x) = (x+2)^3 + 1$ 

Begründung: Man erkennt im Graphen, ...

- ... dass es sich um eine punktsymmetrische Funktion handelt (ungerader Exponent).  $(x+2)^3 + 1$
- ... dass es eine Verschiebung um -2 X-Richtung gibt.  $(x+2)^3 - 1$
- ... dass es eine Verschiebung um -1 Y-Richtung gibt.  $(x+2)^3 - 1$

Graph (3):  $g(x) = \frac{1}{(x-2)^3 - 1} = (x-2)^{-3} - 1$ 

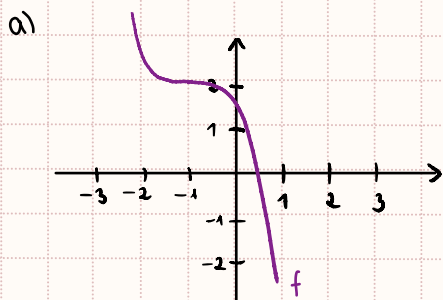
Begründung: Man erkennt im Graphen, ...

- ... dass es sich um eine punktsymmetrische Funktion handelt (ungerader Exponent).  $(x-2)^{-3} - 1$
- ... dass es sich um eine Hyperbel handelt (negativer Exponent).  $(x-2)^{-3} - 1$
- ... dass es eine Verschiebung um 2 X-Richtung gibt.  $(x-2)^{-3} - 1$
- ... dass es eine Verschiebung um -1 Y-Richtung gibt.  $(x-2)^{-3} - 1$

### Aufgabe 4:

Mittel

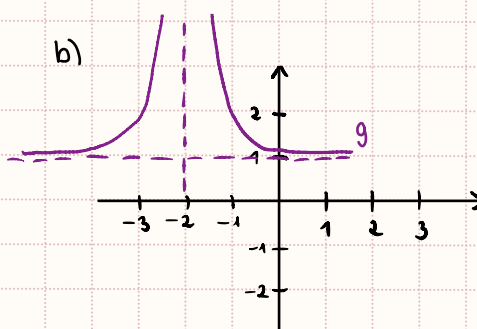
Trage die fehlende Werte in die Kästchen ein.



$$f(x) = \square (x \square)^3 \square$$

$$f(x) = - (x+1)^3 + 2$$

- an der X-Achse gespiegelt
- um -1 in X-Richtung verschoben
- um 2 in Y-Richtung verschoben



$$g(x) = (x \square)^{-2} \square$$

$$g(x) = (x+2)^{-2} + 1$$

- um -2 in X-Richtung verschoben
- um 1 in Y-Richtung verschoben

### Aufgabe 5:

Schwer

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{1}{4} x^3$ . Bestimme eine Funktionsgleichung von  $g$ , sodass gilt:

- a)  $g(-3) = 16$ , durch eine Verschiebung in X-Richtung
- b)  $g(x) = 32$ , durch eine Verschiebung in Y-Richtung

a) Verschiebung in X-Richtung :  $g(x) = \frac{1}{4} (x-c)^3$   
 → es soll gelten  $g(-3) = 16$

Rechnung :

$$16 = \frac{1}{4} (-3-c)^3$$

$$64 = (-3-c)^3$$

$$4 = -3-c$$

$$7 = -c$$

$$\boxed{-7 = c}$$

$\begin{array}{l} | \cdot 4 \\ | \sqrt[3]{\phantom{x}} \\ | + 3 \\ | : (-1) \end{array}$

Ziel: nach  $c$  auflösen

→ also gilt:  $g(x) = \frac{1}{4} (x+7)^3$

b) Streckung in Y-Richtung :  $g(x) = a \cdot \frac{1}{4} x^3$   
 → es soll gelten  $g(4) = 32$

Rechnung :

$$32 = a \cdot \frac{1}{4} \cdot 4^3$$

$$32 = a \cdot 16$$

$$\boxed{2 = a}$$

$\begin{array}{l} | \text{Potenz berechnen \& k\u00fcrzen} \\ | : 16 \end{array}$

Ziel: nach  $a$  aufl\u00f6sen

→ also gilt  $g(x) = 2 \cdot \frac{1}{4} x^3 = \boxed{g(x) = \frac{1}{2} x^3}$